

Premessa

I contenuti minimi proposti per il triennio sono stati raggruppati in 30 Moduli.

I moduli contrassegnati con l'asterisco sono imprescindibili.

Si propone di accompagnare questi moduli con lo svolgimento nel secondo biennio o del modulo XII o del modulo XVI o dei moduli XV-XVI.

Si sottolinea l'importanza di completare nel corso del triennio lo studio della geometria piana con quello della geometria nello spazio.

La scelta della scansione temporale dei moduli nell'arco del triennio è lasciata alla programmazione del singolo docente.

I. I numeri reali e il calcolo con i radicali (*)

- 1) La radice quadrata di due non è un numero razionale (con dimostrazione)
- 2) La definizione di numero irrazionale (mediante successioni monotone di intervalli e mediante sezioni di Dedekind) e la continuità del sistema dei numeri reali
- 3) La cardinalità di un insieme e l'equivalenza tra l'insieme dei numeri naturali e alcuni suoi sottoinsiemi
- 4) La numerabilità dei numeri razionali e la non numerabilità del continuo dei numeri reali
- 5) La radice n-esima di un numero reale
- 6) La proprietà invariantiva dei radicali e la riduzione di due o più radicali allo stesso indice
- 7) La moltiplicazione e la divisione fra radicali
- 8) La potenza a un numero intero e la radice n-sima di un radicale
- 9) I radicali e il trasporto sotto il e fuori dal segno di radice
- 10) La somma e la sottrazione di radicali
- 11) La potenza di un numero reale con esponente razionale

II. Le equazioni algebriche di secondo grado (*)

- 1) Le equazioni algebriche intere di secondo grado pure
- 2) Le equazioni algebriche intere di secondo grado spurie e la risoluzione con la legge dell'annullamento del prodotto
- 3) La risoluzione delle equazioni algebriche intere di secondo grado complete

- 4) Le equazioni di grado superiore al secondo risolubili con la scomposizione in fattori e la legge dell'annullamento del prodotto
- 5) Le equazioni algebriche frazionarie riconducibili a equazioni algebriche intere
- 6) Le equazioni con valori assoluti

III. Le trasformazioni geometriche dal punto di vista della geometria analitica (*)

- 1) La traslazione
- 2) La simmetria rispetto a uno degli assi cartesiani
- 3) La dilatazione parallelamente a uno degli assi cartesiani

IV. La funzione polinomiale di secondo grado, la funzione $f(x) = x^n$, la funzione omografica (*)

- 1) Dalla funzione $y = a x^2$ alla funzione $y = a x^2 + b x + c$
- 2) L'andamento qualitativo del grafico della funzione $y = a x^2 + b x + c$
- 3) La funzione $y = x^n$ con n intero
- 4) La funzione $y = \sqrt{x}$ come funzione inversa della funzione $y = x^2$
- 5) Dalla funzione $y = a/x$ alla funzione $y = (ax + b)/(x + d)$
- 6) L'andamento qualitativo del grafico della funzione $y = (ax + b)/(x + d)$

V. Le disequazioni algebriche di secondo grado (*)

- 1) Le disequazioni algebriche intere di secondo grado
- 2) Le disequazioni algebriche fratte
- 3) I sistemi di disequazioni algebriche
- 4) Le disequazioni con valori assoluti

VI. Le equazioni e le disequazioni irrazionali (*)

- 1) Cos'è un'equazione irrazionale?
- 2) Le condizioni di esistenza di un'equazione irrazionale
- 3) Le equazioni irrazionali contenenti un radicale quadratico
- 4) Le equazioni irrazionali contenenti radicali cubici
- 5) Le disequazioni irrazionali

- 6) L'interpretazione grafica di alcune equazioni e disequazioni irrazionali

VII. Le funzioni goniometriche e la trigonometria (*)

- 1) La definizione di radiante
- 2) La definizione di seno e coseno di un angolo
- 3) La funzione seno, la funzione coseno e la funzione tangente
- 4) L'andamento qualitativo del grafico della funzione seno, della funzione coseno e della funzione tangente
- 5) L'uso delle formule goniometriche
- 6) Le trasformazioni geometriche applicate alle funzioni goniometriche
- 7) I teoremi trigonometrici sui triangoli rettangoli
- 8) Equazioni e disequazioni goniometriche elementari

VIII. La funzione esponenziale e la funzione logaritmo (*)

- 1) La potenza di un numero reale positivo con esponente naturale, relativo, razionale e irrazionale
- 2) La funzione esponenziale
- 3) La definizione di logaritmo di un numero reale positivo e le proprietà del logaritmo
- 4) La funzione logaritmo
- 5) Le trasformazioni geometriche applicate alla funzione esponenziale e alla funzione logaritmo
- 6) Equazioni e disequazioni esponenziali elementari
- 7) Equazioni e disequazioni logaritmiche elementari

IX. La geometria euclidea e la similitudine delle figure piane (*)

- 1) Il teorema di Talete (enunciato)
- 2) I criteri di similitudine dei triangoli (con la dimostrazione di almeno uno dei criteri)
- 3) La definizione di equiscomponibilità di due poligoni
- 4) La definizione di equivalenza tra due poligoni
- 5) Il teorema sull'equivalenza tra un parallelogrammo e un rettangolo aventi basi e altezze congruenti (con dimostrazione)
- 6) Il primo teorema di Euclide (con dimostrazione)

- 7) Il teorema di Pitagora (con dimostrazione)
- 8) Il secondo teorema di Euclide (solo enunciato)
- 9) I teoremi per il calcolo dell'area del rettangolo, del parallelogrammo e del triangolo a partire dalle lunghezze della base e dell'altezza

X. La circonferenza dal punto di vista della geometria euclidea (*)

- 1) La circonferenza come luogo geometrico e il cerchio
- 2) La definizione di corda, di diametro, di arco, di angolo al centro, di settore circolare
- 3) La circonferenza passante per tre punti (dimostrazione)
- 4) La posizione relativa di una retta e di una circonferenza (con la dimostrazione di almeno uno dei teoremi)
- 5) La definizione di angolo alla circonferenza
- 6) La proprietà degli angoli al centro e alla circonferenza corrispondenti (dimostrazione di almeno uno dei casi)
- 7) Poligoni inscritti e circoscritti a una circonferenza
- 8) La misura della lunghezza della circonferenza e il numero pi-greco
- 9) La misura dell'area del cerchio e il numero pi-greco

XI. La geometria euclidea nello spazio

- 1) Punti, rette e piani nello spazio
- 2) La perpendicolarità e il parallelismo nello spazio
- 3) I poliedri
- 4) I solidi di rotazione
- 5) Le aree dei solidi
- 6) I volumi dei solidi

XII. I luoghi geometrici e le coniche

- 1) L'asse di un segmento
- 2) Dalla definizione di parabola come luogo geometrico all'equazione cartesiana della parabola
- 3) Le relazioni tra i coefficienti a , b , c e l'equazione della direttrice, le coordinate del fuoco, le coordinate del vertice della parabola

- 4) L'equazione cartesiana della parabola avente vertice o fuoco assegnato e passante per un punto assegnato
- 5) La retta tangente a una parabola
- 6) Dalla definizione di circonferenza come luogo geometrico all'equazione cartesiana
- 7) Le relazioni tra i coefficienti a , b , c e le coordinate del centro e il raggio della circonferenza
- 8) L'equazione cartesiana di una retta tangente alla circonferenza passante per un punto
- 9) La posizione reciproca di due circonferenze dal punto di vista analitico
- 10) Dalla definizione di ellisse come luogo geometrico all'equazione canonica dell'ellisse
- 11) Le relazioni tra i coefficienti a , b e la distanza focale e l'asse maggiore dell'ellisse
- 12) L'eccentricità dell'ellisse
- 13) La determinazione dell'equazione cartesiana canonica dell'ellisse noti i fuochi, i semi-assi, l'eccentricità
- 14) Dalla definizione di iperbole come luogo geometrico all'equazione cartesiana canonica dell'iperbole
- 15) I vertici e gli asintoti dell'iperbole
- 16) Le relazioni tra i coefficienti a , b e la distanza focale e i vertici dell'iperbole
- 17) L'eccentricità dell'iperbole
- 18) La determinazione dell'equazione cartesiana canonica dell'iperbole noti i fuochi, gli asintoti, i vertici
- 19) La retta, la parabola, la circonferenza, l'ellisse e l'iperbole come sezioni coniche

XIII. Introduzione alla topologia elementare della retta reale (*)

- 1)Richiami sui sottoinsiemi, in particolare sugli intervalli (limitati/illimitati)
- 2)Punto di accumulazione per un sottoinsieme, intervalli aperti/chiusi
- 3)Estremo inferiore/superiore

XIV. Richiami sulle funzioni reali di variabile reale (*)

- 1) Il dominio, il codominio, il dominio naturale, le immagini e le controimmagini
- 2) Il grafico di una funzione
- 3) Le funzioni iniettive/suriettive/biiettive
- 4) Le funzioni crescenti/decrescenti/monotone
- 5) La composizione di funzioni
- 6) La funzione inversa

XV. La classificazione delle funzioni e le funzioni elementari (*)

- 1) Le funzioni polinomiali, le funzioni razionali fratte, le funzioni esponenziali, le funzioni logaritmiche, le funzioni goniometriche, le funzioni irrazionali
- 2) Le trasformazioni geometriche sul grafico di una funzione elementare (traslazioni, dilatazioni, simmetrie rispetto agli assi)

XVI. Le successioni e le serie numeriche

- 1) Cos'è una successione numerica
- 2) Le rappresentazioni delle successioni numeriche (per enumerazione, per espressione analitica, per formula ricorsiva)
- 3) Le successioni numeriche limitate
- 4) Le successioni monotone
- 5) La convergenza di una successione: dallo studio numerico del comportamento di una successione convergente alla definizione di successione convergente
- 6) La definizione di successione divergente
- 7) I teoremi sull'unicità del limite di una successione convergente, sulla permanenza del segno per le successioni, sul confronto per le successioni, sulle successioni monotone (con la dimostrazione di almeno uno dei teoremi)
- 8) I teoremi sulle operazioni con i limiti delle successioni (senza dimostrazioni)
- 9) Le progressioni aritmetiche e geometriche
- 10) La serie geometrica (con dimostrazione)
- 11) Il numero di Nepero-Eulero
- 12) Il calcolo del limite di alcune successioni con forma indeterminata

XVII. Le idee fondamentali del calcolo infinitesimale

- 1) La derivata della funzione $y = x^n$ con n intero (su successioni e poi teorema ponte)
- 2) La linearità dell'operazione di derivata e la derivata di un polinomio
- 3) La derivata delle funzioni goniometriche, della funzione esponenziale e della funzione logaritmo
- 4) La derivata di una funzione e la pendenza della retta tangente
- 5) La definizione di funzione crescente, di funzione decrescente, di massimo relativo e di minimo relativo
- 6) Il segno della derivata e gli intervalli di crescita e di decrescenza di una funzione
- 7) Il segno della derivata e i punti di massimo e minimo relativi di una funzione
- 8) L'uso della derivata di una funzione in elementari problemi di ottimizzazione
- 9) Le applicazioni della derivata di una funzione polinomiale in campo cinematico
- 10) Il moto rettilineo uniformemente accelerato e l'integrale definito della funzione $y=ax$
- 11) L'area del segmento di parabola e l'integrale definito della funzione $y = x^2$
- 12) L'integrale definito della funzione $y = x^n$ (impostazione del calcolo e congettura)
- 13) La definizione di funzione continua
- 14) La continuità delle funzioni polinomiali, della funzione $\sin(x)$, della funzione $\cos(x)$, della funzione $\exp(x)$ e della funzione $\log(x)$
- 15) Il teorema sul massimo e minimo assoluti per le funzioni continue in un intervallo chiuso e limitato
- 16) La definizione di integrale definito per le funzioni polinomiali mediante l'uso di somme integrali inferiori e superiori costruite con l'intervento dei massimi e dei minimi
- 17) L'integrazione numerica delle funzioni polinomiali mediante il metodo dei rettangoli
- 18) Le proprietà dell'integrale definito delle funzioni polinomiali: monotonia, linearità, additività
- 19) La funzione integrale di una funzione polinomiale e il teorema fondamentale del calcolo integrale (strategia della dimostrazione)
- 20) Le primitive di una funzione polinomiale (integrale indefinito) e il teorema fondamentale del calcolo integrale
- 21) La definizione di integrale definito per la funzione $1/x^n$ (n naturale), per le funzioni

- goniometriche, per le funzioni esponenziali e per le funzioni logaritmiche
- 22) Il teorema fondamentale del calcolo fondamentale per le funzioni elementari considerate
- 23) L'integrale indefinito della funzione della funzione $1/x^n$ (n naturale), delle funzioni goniometriche, della funzione esponenziale e della funzione logaritmo
- 24) Le applicazioni dell'integrale definito per il calcolo delle aree di alcune figure e del volume di alcuni solidi
- 25) Le applicazioni dell'integrale definito in campo cinematico

XVIII. La definizione di limite per le funzioni (*)

I quattro casi: limite finito al finito, limite finito all'infinito, limite infinito al finito, limite infinito all'infinito

XIX. I teoremi sui limiti (*)

- 1) Il teorema di unicità del limite
- 2) Il teorema sulla permanenza del segno (diretto e inverso)
- 3) Il teorema del confronto

XX. Il calcolo dei limiti per limiti finiti (*)

- 1) Il limite della somma/differenza (per successioni*/funzioni)
- 2) Il limite del prodotto (per successioni*/funzioni)
- 3) Il limite della potenza (a esponente naturale/intero/razionale*/reale*) (per successioni*/funzioni)
- 4) Il limite del reciproco (per successioni*/funzioni)
- 5) Il limite del quoziente (per successioni*/funzioni)
- 6) Il limite della composizione di funzioni
- 7) Si richiede la dimostrazione di almeno una delle proprietà precedenti.

XXI. Il calcolo dei limiti per limiti infiniti (*)

- 1) Le forme indeterminate
- 2) Il calcolo dei limiti di funzioni razionali fratte

XXII. I limiti notevoli (*)

- 1) I limiti $\sin x/x$, $1-\cos x/x^2$, $\tan x/x$ (con dimostrazione)
- 2) I limiti $(1+1/x)^x$, a^x-1/x , $\log_a(1+x)/x$, $(1+x)^a-1/x$
- 3) Il calcolo di limiti per sostituzione (casi semplici)

XXIII. Le funzioni continue (*)

- 1) La continuità delle funzioni elementari (senza dimostrazione)
- 2) La dimostrazione della continuità delle funzioni polinomiali
- 3) Le funzioni continue a tratti
- 4) La discontinuità e la classificazione dei punti di discontinuità

XXIV. I teoremi sulle funzioni continue (*)

- 1) La continuità delle operazioni elementari sulle funzioni e la continuità della composizione di funzioni continue
- 2) Il teorema ponte (se sono stati svolti i moduli XVI e XVII)
- 3) Il teorema di esistenza degli zeri
- 4) L'estremo superiore/inferiore di una funzione su un sottoinsieme
- 5) Il massimo/minimo relativo/assoluto
- 6) Il teorema di Weierstrass
- 7) Non si richiede la dimostrazione dei teoremi precedenti.

XXV. La derivata prima (*)

- 1) La definizione di derivata e l'interpretazione geometrica della derivata
- 2) La derivata delle funzioni elementari (con eventuali [quali?] dimostrazioni a partire dai limiti notevoli)

XXVI. Le regole di derivazione (*)

- 1) La derivata della somma/differenza di funzioni derivabili
- 2) La derivata del prodotto di funzioni derivabili (con dimostrazione)
- 3) La derivata della potenza di una funzione derivabile (a esponente naturale/intero/razionale/reale)
- 4) La derivata della reciproca di una funzione derivabile

- 5)La derivata del quoziente di funzioni derivabili
- 6)La derivata della funzione composta (regola della catena)

XXVII. I teoremi sulle funzioni derivabili (*)

- 1)La derivabilità e la continuità
- 2)La derivata prima e la retta tangente
- 3)Il teorema di Fermat (con dimostrazione), il teorema di Rolle (con dimostrazione), il teorema di Lagrange (solo enunciato) e le sue conseguenze, il teorema di Cauchy (solo enunciato)
- 4)Il teorema di de l'Hospital (solo enunciato)
- 5)La derivata prima e gli intervalli di crescita/decrecenza di una funzione derivabile
- 6)La derivata prima e i punti estremali: massimi/minimi/flessi a tangente orizzontale

XXVIII. Lo studio di funzione (*)

- 1)Il grafico probabile di una funzione mediante lo studio del dominio, segno, comportamento agli estremi del dominio, derivata prima (intervalli di crescita/decrecenza, massimi/minimi relativi, flessi a tangente orizzontale)

XXIX. L'integrale definito di una funzione continua (*)

- 1)Cenni alla storia e all'idea moderna della costruzione (per es., area del segmento parabolico)
- 2)L'integrale definito di una funzione continua: costruzione euristica e cenni alla definizione di integrale di Riemann/Darboux
- 3)L'integrazione delle funzioni polinomiali
- 4)L'integrazione delle funzioni goniometriche, esponenziali e logaritmiche
- 5)Le funzioni primitive e il teorema fondamentale del calcolo integrale
- 6) Il legame tra derivazione e integrazione

XXX. Il calcolo delle probabilità e le variabili aleatorie discrete (*)

- 1) Richiami del calcolo combinatorio e del calcolo delle probabilità studiati nel primo biennio
- 2) L'impostazione assiomatica del calcolo delle probabilità per spazi dei campioni

discreti

- 3) La formula di Bayes (diagramma ad albero)
- 4) Le variabili aleatorie discrete
- 5) La distribuzione binomiale
- 6) La distribuzione di Poisson